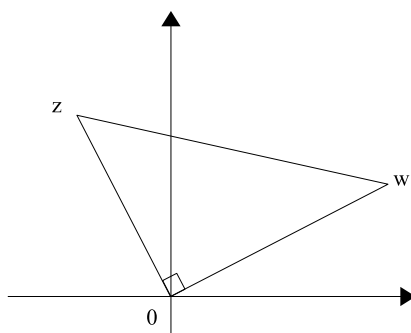


## Control 6

**P1.** a) Sean  $0, z, w \in \mathbb{C}$  tres complejos que forman un triángulo rectángulo (rectángulo en 0).

- i) (2,0 ptos.) Demuestre que  $\bar{z}w + z\bar{w} = 0$ .
- ii) (2,0 ptos.) Usando i) verifique que  $|z - w|^2 = |z|^2 + |w|^2$ .



b) (2,0 ptos.) Sea

$$z = \frac{3}{2 + \cos(\theta) + i \sin(\theta)}.$$

Calcule  $\operatorname{Re}(z)$  e  $\operatorname{Im}(z)$ .

**P2.** Sean  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$  y  $S_n = \{w \in \mathbb{C} \mid w^n = 1\}$ .

- a) (3,0 ptos.) Demuestre que  $(S_n, \cdot)$  es un subgrupo de  $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$ .
- b) (3,0 ptos.) Muestre que  $f : S_n \rightarrow \mathbb{Z}_n$  tal que

$$f(e^{i\frac{2k\pi}{n}}) = [k]_n,$$

con  $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ , es un isomorfismo.

Consultas sólo al auxiliar  
Justifique cada uno de sus pasos  
Tiempo: 1:15